

Title	或ルニツノ積分不等式ニ就イテ
Author(s)	春木, 博
Citation	全国紙上数学談話会. 253 p.238-p.240
Issue Date	1943-05-25
oaire:version	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/75050">https://doi.org/10.18910/75050</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

### III8. 或ルニツノ積分不等式ニ就イテ

春 木 博(神戸高等商船学校)

コノデ、次ノニツノ積分不等式ガ成リ立ツエトテ証明シヨウ。

組シ居 $\lambda > 0$ デ  $f(x)$ ハ區間  $a \leq x \leq b$ デ、此間連續微

余可能ナリトスル。

$$(1) \int_a^b [f^{(n)}(x)]^2 dx \geq \frac{1}{b-a} [f^{(n-1)}(b) - f^{(n-1)}(a)]^2$$

$$(2) \int_a^b x^2 [f^{(n)}(x)]^2 dx$$

$$\geq \frac{1}{b-a} [bf^{(n-1)}(b) - af^{(n-1)}(a) - f^{(n-2)}(b) + f^{(n-2)}(a)]^2$$

(1) / 証明

$\lambda$  實數トシ, 積分  $\int_a^b [f^{(n)}(x) + \lambda]^2 dx$  ヲ考ヘルハ

$$\begin{aligned} & \int_a^b [f^{(n)}(x) + \lambda]^2 dx \\ &= \int_a^b \lambda^2 dx + 2 \int_a^b \lambda f^{(n)}(x) dx + \int_a^b [f^{(n)}(x)]^2 dx \\ &= (b-a)\lambda^2 + 2[f^{(n-1)}(b) - f^{(n-1)}(a)]\lambda + \int_a^b [f^{(n)}(x)]^2 dx \end{aligned}$$

上式ハ實數  $\lambda$  / 如何ニ拘ラズ  $\geq 0$  ナル故

$$[f^{(n-1)}(b) - f^{(n-1)}(a)]^2 - (b-a) \int_a^b [f^{(n)}(x)]^2 dx \leq 0$$

之ヨリ (1) ヲ得ル。

(2) / 証明

前ト同様ニシテ

$$\int_a^b [x f^{(n)}(x) + \lambda]^2 dx$$

$$= (b-a)\lambda^2 + 2\left[\int_a^b x f^{(n)}(x) dx\right]\lambda + \int_a^b x^2 [f^{(n)}(x)]^2 dx$$

ところが、部分積分法により

$$\int_a^b x f^{(n)}(x) dx = \left[ x f^{(n-1)}(x) \right]_a^b - \int_a^b f^{(n-1)}(x) dx$$

$$= b f^{(n-1)}(b) - a f^{(n-1)}(a) - f^{(n-2)}(b) + f^{(n-2)}(a)$$

より故、前と同様  $= \lambda$ 、如何に拘らず  $\geq 0$  となることを  
不等式 (2) より得る。

—— (完) ——